

## **РАЗДЕЛ 2**

### **Анализ и интерпретация полученных статистических результатов Исследования в динамике за два замера**

#### **2.1. Общая характеристика результатов исследования**

В 2011 года в \_\_\_\_\_ был запущен мониторинг в основной школе по исследованию формирования учебно-предметных компетенций школьников по трем учебным предметам: математика, русский язык и естествознание. С помощью данного мониторинга предполагалось измерять индивидуальный прогресс учащихся в ситуации так называемого «отсрочечного» результата, поэтому замеры производятся каждые два года в начале учебного года. Для полноты картины такие замеры должны производиться в начале третьего, в начале пятого класса, вначале седьмого и вначале девятого классов.

## **2.2. Анализ результатов по математике**

### **1. Структура теста**

Тест по математике состоит из 15 трехуровневых задач (всего 45 заданий).

**Задания первого уровня** предполагают освоение способа действия на формальном (репродуктивном) уровне, умение действовать по заданному или хорошо известному образцу.

**Задания второго уровня** предполагают опору на содержательное основание способа действия, требуют рефлексивного отношения к рассматриваемой ситуации.

**Задания третьего уровня** предполагают свободное (функциональное) владение способом действия, ориентацию на его границы и возможность преобразования и взаимосогласования всех элементов задачной ситуации.

Из 15 задач 5 (№№ 1-5) базируются на предметном материале начальной школы и практически идентичны заданиям из теста, который выполняли учащиеся в 5 классе (2011 г.) Эти задания могут быть отнесены к следующим содержательным областям:

- числа и вычисления;
- измерения;
- зависимости;
- закономерности;
- элементы геометрии.

10 задач (№№ 6-15) построены на содержании 5-6 классов и относятся как к перечисленным областям (в первую очередь, задачи, связанные с новыми видами чисел, расширением геометрических представлений и т.п.), так и к двум новым областям: «анализ данных» и «координатный метод».

### **2. Оцениваемые характеристики**

Исходной информацией являются бинарные оценки выполнения заданий учащимися (1 – задание выполнено правильно; 0 – задание не выполнено или выполнено неправильно).

В качестве основной статистической характеристики выполнения теста использовалась его *решаемость* – процентное отношение правильных решений  $n_{пр}$  к общему количеству предъявленных решений  $n$  (включая случаи, когда учащийся не приступал к выполнению задания):

$$p = \frac{n_{пр}}{n} \cdot 100\% .$$

Иными словами, это доля оценок «1» в соответствующей выборке. В зависимости от того, что представляет собой такая выборка, могут быть получены различные показатели – по всей совокупности участников тестирования, отдельно по классам, по различным заданиям. В частности, оценивание может проводиться в однопараметрическом режиме (без учета уровней заданий), что дает интегральную характеристику соответствующей выборки (региона, класса и т.п.), и в трехпараметрическом режиме (отдельно по заданиям первого, второго и третьего уровней), что дает более детализированную оценку – так называемый *профиль успешности*.

Еще одна характеристика, ориентированная на индивидуальную оценку учащегося, – это *степень успешности*, которая определяется следующим образом.

Пусть  $a(\%)$  - процент выполненных учащимся заданий 1 уровня,  $b(\%)$  - процент выполненных заданий 2 уровня,  $c(\%)$  - процент выполненных заданий 3 уровня. Тогда:

- **3 ступень**, если  $c \geq 50$ ;
- **2 ступень**, если  $c < 50$ , но  $b + c \geq 50$ ;
- **1 ступень**, если  $b + c < 50$ , но  $a + b + c \geq 50$ ;
- **0 ступень**, если  $a + b + c < 50$ .

### **3. Основные результаты по региону**

На рис. 1 приведены профили успешности по региону для учащихся 7 класса (2013 г.) и тех же учащихся в 5 классе (2011 г.).

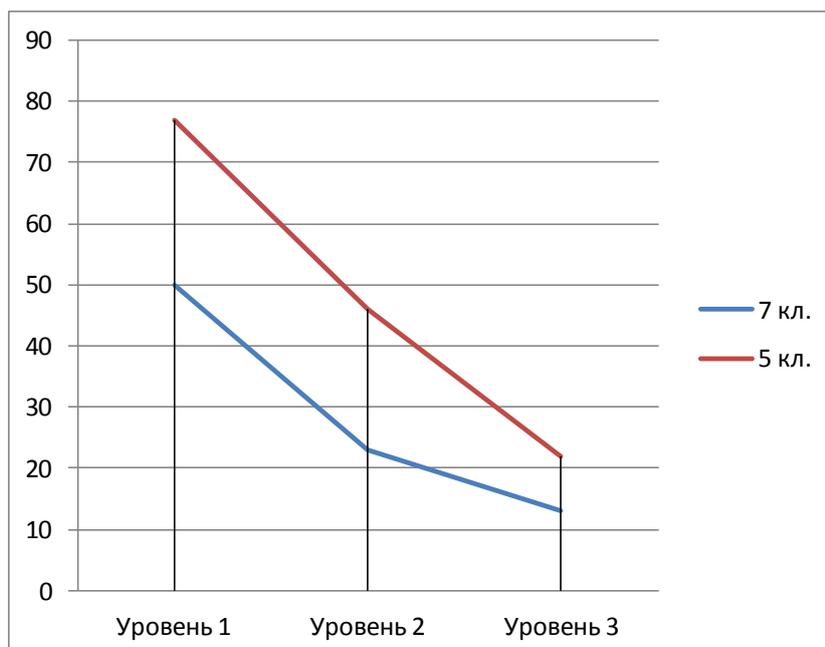


Рис. 1

На рис. 2 приведено распределение учащихся региона по ступеням успешности по данным мониторингов 2013 г. (7 классы) и 2011 г. (5 классы). Для каждой ступени определен процент учащихся, находящихся на ней.

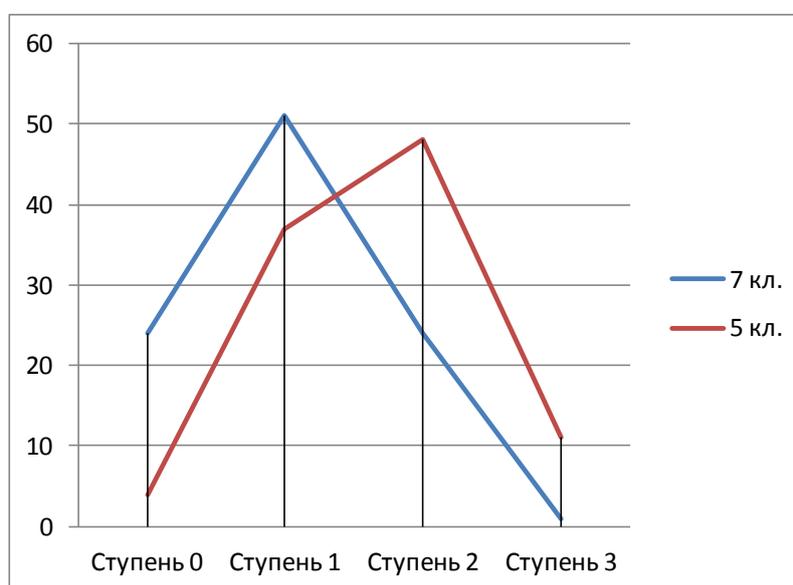


Рис. 2

На рис. 3 приведена диаграмма, показывающая процент учащихся, у которых ступень успешности от 5 к 7 классу повысилась (первый столбец), осталась прежней (второй столбец), снизилась (третий столбец).

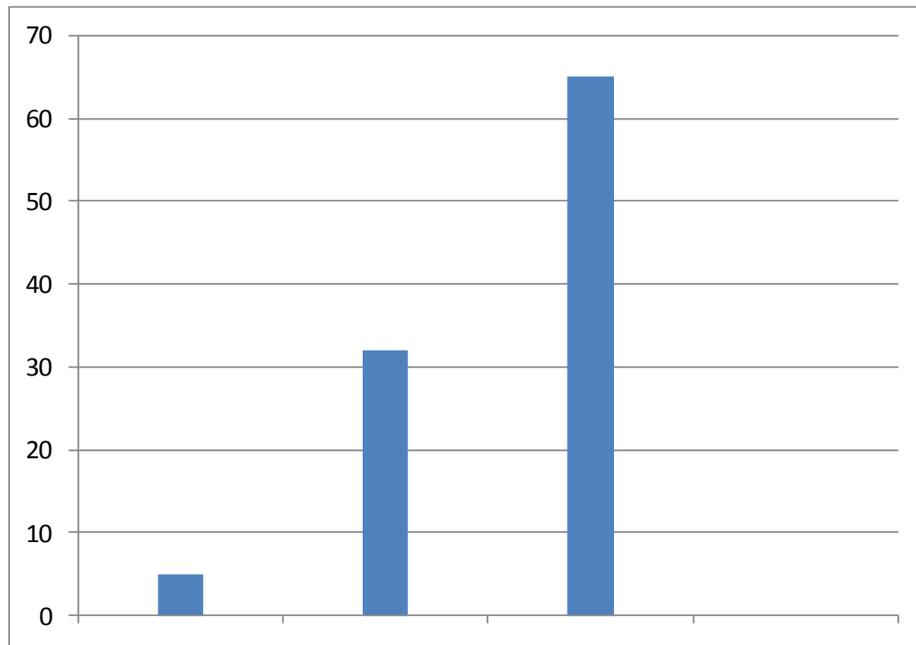
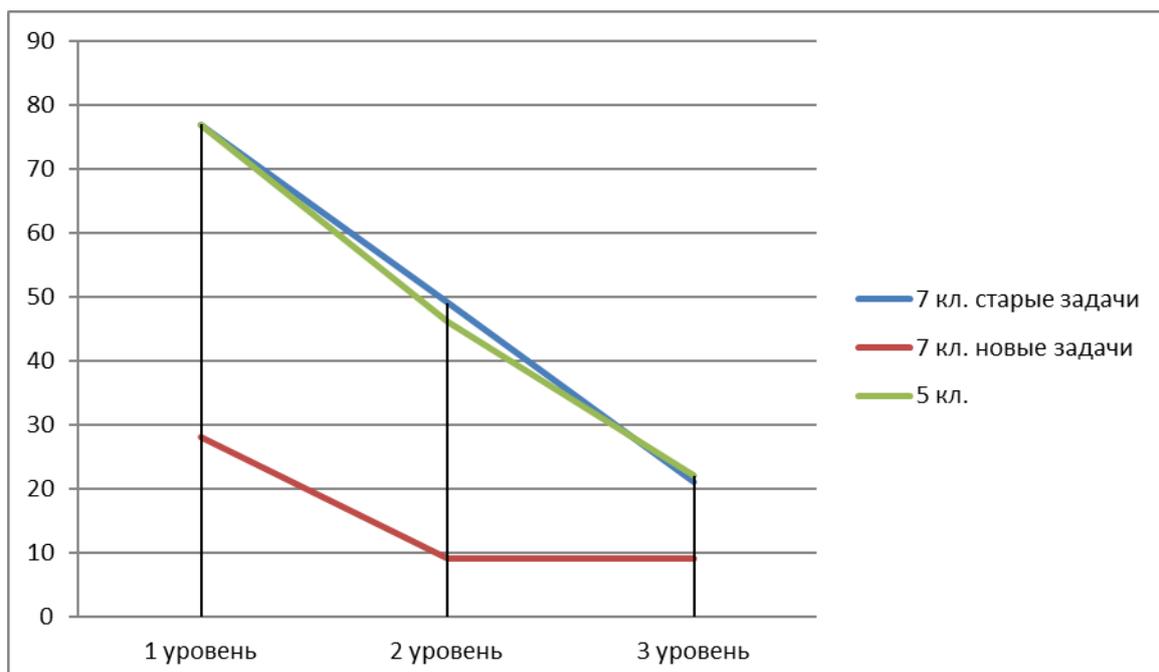


Рис. 3

Все приведенные выше данные (рис. 1-3) говорят о том, что результаты в 7 классе оказались существенно ниже, чем в 5 классе у тех же учащихся. Одна из гипотез о возможных причинах этого состоит в том, что на результат повлияли новые задания, базирующиеся на содержании курса математики 5-6 классов. Для проверки этого предположения были построены отдельные профили по «старым» (задачи №№ 1-5) и «новым» (задачи №№ 6-15) заданиям (рис. 4).



Данные рис. 4 подтверждают предположение о том, что снижение профиля успешности и ступеней успешности у семиклассников обусловлено именно «новыми» заданиями.

#### 4. Анализ основных затруднений у учащихся

Для конкретизации проблемных ситуаций используются: а) спецификация умений по математике (Таблица 1); б) таблица решаемости тестовых заданий (Таблица 2).

Таблица 1. Спецификация умений по математике

Содержательные области	Умения	Номера задач
<b>Предметные умения</b>		
Числа и вычисления	Действия с натуральными числами	1
	Действия с десятичными дробями	14
	Действия с обыкновенными дробями	12
	Действия с положительными и отрицательными числами	6
	Процентные вычисления	9
Измерения	Прямое измерение площади с разбиением фигуры на части	2
	Косвенное измерение площади треугольника (по формуле)	8
Зависимости	Решение текстовых задач с однородными величинами	3
	Решение текстовых задач на равномерные процессы (на примере задач на движение)	10
Закономерности	Определение закономерности в числовой последовательности	5
	Определение закономерности в последовательности на примере геометрического	7

	материала	
Анализ данных	Работа с таблицами и диаграммами	11
Координатный метод	Координатная прямая	13
	Координатная плоскость	15
Элементы геометрии	Распознавание формы геометрических фигур	4
<b>Метапредметные умения</b>		
Информационная грамотность	Умение работать со знаково-символическими средствами (моделями)	13, 15
	Умение работать с таблицами, графиками и диаграммами, текстовой информацией	11, 6.2
Учебная грамотность	Анализ и обобщение данных	11.3

**Таблица 2.** Решаемость заданий по математике (красным цветом выделены «проблемные» задания, т.е. задания, для которых процент решаемости существенно ниже, чем в среднем по заданиям соответствующего уровня)

<b>№ заданий</b>	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3
<b>Решаемость, %</b>	86	42	23	67	51	18	84	41	19	76	73	32	73	37	15
<b>№ заданий</b>	6.1	6.2	6.3	7.1	7.2	7.3	8.1	8.2	8.3	9.1	9.2	9.3	10.1	10.2	10.3
<b>Решаемость, %</b>	35	6	13	26	4	1	13	7	39	52	27	9	4	4	0,2
<b>№ заданий</b>	11.1	11.2	11.3	12.1	12.2	12.3	13.1	13.2	13.3	14.1	14.2	14.3	15.1	15.2	15.3
<b>Решаемость, %</b>	57	22	13	29	9	3	26	1	8	25	6	1	14	4	5

Как можно видеть из таблицы 2, в большинстве случаев затруднения у учащихся вызывают не отдельные задания, а целые блоки заданий (задачи). Выделим эти задачи и соотнесем их с соответствующими умениями, приведенными в таблице 1.

**Задача 6** – действия с положительными и отрицательными числами.

**Задача 7** – определение закономерности в последовательности на примере геометрического материала.

**Задача 8** – косвенное измерение площади треугольника (по формуле).

**Задача 10** – решение текстовых задач на равномерные процессы (на примере задачи на движение).

**Задача 12** – действия с обыкновенными дробями.

**Задача 13** – координатная прямая.

**Задача 14** – действия с десятичными дробями.

**Задача 15** – координатная плоскость.

Данные задачи охватывают практически все основное содержание математики 5-6 классов. Причем низкие результаты показаны даже на первом (базовом) уровне.

Рассмотрим эти задачи подробно на примере 1-го варианта (второй вариант идентичен первому).

**Задача 6.**

**6.1.** (Решаемость 35%). Вычислите значение выражения  $(-3 + 2) \cdot (5 - (-6))$ .

**Ответ:**  $-11$ .

**Комментарий.** Стандартное задание.

**6.2.** (Решаемость 22%). Напомним, что  $n$ -ой степенью числа  $a$  (обозначается  $a^n$ ) называют произведение  $n$  одинаковых множителей  $a$ :  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ .

Например,  $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ .

Перепишите следующие числа в порядке возрастания (от меньшего к большему):

$(-2)^{25}$ ,  $(-2)^{250}$ ,  $(-5)^{25}$ ,  $(-5)^{250}$ .

**Ответ:**  $(-5)^{25}$ ;  $(-2)^{25}$ ;  $(-2)^{250}$ ;  $(-5)^{250}$

**Комментарий.** Задание проверяет владение «правилом знаков». В тексте задания в качестве напоминания приводится определение степени

числа и соответствующий пример. Обращение к этой справочной информации может рассматриваться как метапредметное умение.

Типичная ошибка – не различаются четная и нечетная степени отрицательного числа.

**6.3.** (Решаемость 13%). Вычислите значение выражения:

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 98 + 99 - 100.$$

**Ответ:**  $-50$ .

**Комментарий.** Ключом к решению является попарная группировка слагаемых:

$$(1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (97 - 98) + (99 - 100) = (-1) \cdot 50 = -50.$$

Типичная ошибка – замена заданного выражения выражением  $1 - 2 + 3 - 4 - 98 + 99 - 100$  (игнорирование многоточия, указывающего на продолжение ряда). При этом ни в одной работе в комментариях не было вопроса на понимание, что означает многоточие.

**Задача 7.**

**7.1.** (Решаемость 26%). На окружности поставили 4 точки, и все эти точки соединили друг с другом отрезками. На сколько увеличится количество отрезков, соединяющих все точки, если добавить еще 1 точку?

**Ответ:** на 4.

**Комментарий.** Задание может быть решено прямым вычислением количества отрезков для 4 и 5 точек и нахождения разности. Но такое решение не дает общего способа действия, который может быть использован для решения остальных заданий данного блока. Более удачное решение основано на том, что «новая» точка может быть соединена отрезком с каждой из уже имевшихся, а, значит число отрезков, соединяющих точки, увеличивается на число первоначально поставленных точек, в конкретном случае – на 4.

В ряде работ встречается ответ «на 1», что, скорее всего, говорит о непонимании условия задачи.

**7.2.** (Решаемость 4%). На окружности поставили 100 точек, и все эти точки соединили друг с другом отрезками. На сколько увеличится количество отрезков, соединяющих все точки, если добавить еще 2 точки?

**Ответ:** на 201.

**Комментарий.** В данном случае решить задачу прямым подсчетом отрезков вряд ли возможно. В то же время второй способ решения, рассмотренный выше, применим и в данном случае: добавление к 100 точкам еще одной увеличивает число отрезков на 100, а число точек становится равным 101; добавление еще одной точки увеличивает число отрезков на 101. Таким образом, добавление двух точек увеличивает число отрезков на  $100 + 101 = 201$ .

Типичная ошибка: ответ 200 – не учитывается, что вторая из добавляемых точек увеличивает число отрезков не на 100, а уже на 101 (иными словами, добавляемые две точки соединяются не только с ранее имевшимися, но и друг с другом).

**7.3.** (Решаемость 1%). На окружности поставили некоторое количество точек, и все эти точки соединили отрезками. Затем добавили еще 3 точки, в результате чего количество отрезков, соединяющих все точки, увеличилось на 168. Сколько точек было поставлено на окружности первоначально?

**Ответ:** 55.

**Комментарий.** Задание представляет собой обратную задачу по отношению к предыдущим. Если число первоначально поставленных точек  $x$ , то первая добавленная точка увеличивает число отрезков на  $x$ , вторая на  $x + 1$ , третья на  $x + 2$ . Таким образом, решение задачи может быть найдено из уравнения  $3x + 3 = 168$ , откуда  $x = 55$ . Возможно и решение без составления уравнения (хотя уравнения такого вида доступны учащимся). Важно, чтобы было учтено, что каждая добавляемая точка дает на один отрезок больше, чем предыдущая. Наконец, возможно решение методом проб.

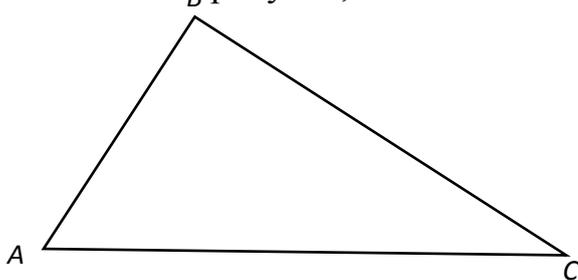
Типичная ошибка: ответ 56, получаемый делением 168 на 3. Причина ошибки та же, что и в задании 7.2. Примечательно, что ни в одной работе,

насколько можно судить по приведенным в компьютерном варианте решениям, не предпринята попытка проверки решения прямым действием (аналогично решению задания 7.2).

Относительно задачи 7 в целом можно отметить следующее. Задача может быть отнесена к традиционно вызывающему затруднение классу задач, в которых требуется найти отношение между величинами (в данном случае – разность между числом отрезков до и после добавления точек) в случае, когда нахождение самих величин невозможно, но задано правило перехода от одной величины к другой. При этом создается ошибочное впечатление, что задача недоопределена.

### **Задача 8.**

**8.1.** (Решаемость 13%). Найдите площадь прямоугольного треугольника  $ABC$ , показанного на рисунке, если  $AB = 5$  см,  $BC = 8$  см.

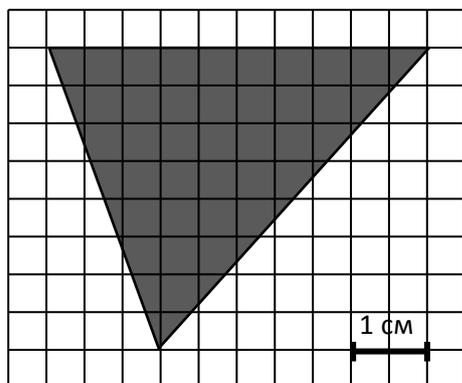


**Ответ:** 20 см<sup>2</sup>.

**Комментарий.** Стандартная задача. Возможно, некоторая часть ошибочных решений связана с не вполне «стандартным» расположением прямоугольного треугольника на рисунке.

Типичные ошибки: 1) площадь определяется как произведение катетов (а не половина этого произведения; 2) вместо площади определяется периметр (для этого измеряется гипотенуза); 3) вместо размерности площади см<sup>2</sup> (или кв. см) указывается см (такая же ошибка встречается в задаче 2). Заметим, что 2-я и 3-я ошибки носят массовый характер у учащихся начальной школы.

**8.2.** (Решаемость 7%). Найдите площадь треугольника, показанного на рисунке.

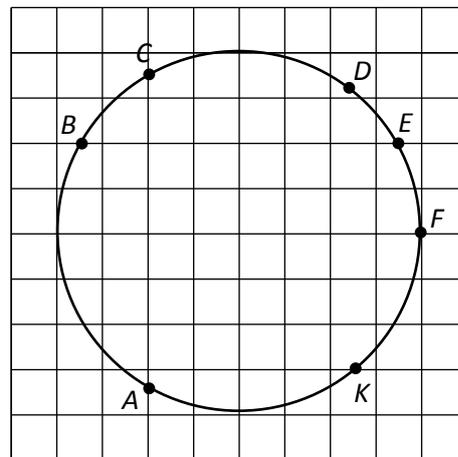


**Ответ:**  $10 \text{ см}^2$ .

**Комментарий.** Отличия от предыдущего задания: треугольник не прямоугольный, нужные для измерения площади элементы треугольника не заданы, а должны быть выбраны и измерены. Учащиеся, не знакомые с общей формулой площади произвольного треугольника могут воспользоваться достаточно очевидным в данном случае разбиением заданного треугольника на 2 прямоугольных.

Типичные ошибки те же, что и в задании 8.1.

**8.3.** (Решаемость 39%). На окружности отмечено несколько точек. Какой из четырехугольников  $ABCD$ ,  $ABCE$ ,  $ABCF$ ,  $ABCK$  имеет наибольшую площадь?



**Ответ:** четырехугольник  $ABCF$ .

**Комментарий.** Неожиданно высокая для задания третьего уровня решаемость связана, скорее всего, с тем, что в компьютерном варианте задание представлено в форме выбора ответа, что может быть сделано с достаточно высокой степенью достоверности «на глаз». В исходном варианте учащемуся предлагалось самому поставить на окружности точку так, чтобы площадь получившегося четырехугольника была наибольшей.

### Задача 10.

**10.1.** (Решаемость 4%). Велосипедист выехал из пункта  $A$  со скоростью 20 км/ч, но, спустя полчаса, развернулся и через некоторое время вернулся в пункт  $A$ . Сколько времени заняла вся поездка, если обратно велосипедист ехал со скоростью 15 км/ч?

**Ответ:** 1 ч 10 мин (или 70 мин).

**Комментарий.** Стандартная задача на движение. За полчаса, двигаясь со скоростью 20 км/ч велосипедист отъехал от  $A$  на 10 км. На обратный путь он затратил  $\frac{10}{15}$  ч = 40 мин. На всю поездку затрачено  $30 + 40 = 70$  мин = 1 ч 10 мин.

Типичная ошибка: ответ 40 мин – найдено только время на обратный путь, что говорит о затруднениях с удержанием условия задачи в целом (ошибка, характерная для начальной школы).

В ряде работ замечена интересная ошибка (точнее, цепочка ошибок), не приводящая к искажению результата. «Решение» выглядит следующим образом.  $20 \cdot 30 = 600$  (км) – путь в одну сторону.  $600 : 15 = 40$  (мин) – время, затраченное на обратный путь.  $30 + 40 = 70$  (мин) – общее время. Ошибки, связанные с перепутыванием размерностей величин в первом и втором действиях взаимно компенсируются. Можно говорить, что при таком «решении» формальные арифметические действия преобладают над контролем с позиций «здорового смысла»: как может велосипедист, проезжающий 20 км за час, проехать 600 км за полчаса?!

**10.2.** (Решаемость 4%). Велосипедист и мотоциклист выехали навстречу друг другу из пунктов  $A$  и  $B$  с разницей в 10 минут. Через какое время после встречи расстояние между ними составит 30 км, если скорость велосипедиста 10 км/ч, а мотоциклиста 50 км/ч?

**Ответ:** 30 мин (или 0,5 ч).

**Комментарий.** В задаче, с одной стороны, имеется лишнее данное – разница моментов выезда 10 мин, с другой стороны, кажущаяся

недостаточность данных – не дано расстояние между пунктами. В действительности, искомое время равно  $30/(50 + 10) = 0,5$  ч = 30 мин. ( $50 + 10 = 60$  км/ч – скорость, с которой велосипедист и мотоциклист удаляются друг от друга после момента встречи).

В большинстве случаев учащиеся просто отказывались от выполнения данного задания. Такие встречающиеся ответы, как 20 мин, 40 мин и т.п. содержательной интерпретации не поддаются.

**10.3.** (Решаемость 0,2% - 1 человек). Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  8 км. Петя и Коля вышли одновременно по одной дороге из  $A$  в  $B$ . Петя половину пути шел со скоростью 4 км/ч, а другую половину – со скоростью 2 км/ч. Коля половину времени, затраченного на весь путь, шел со скоростью 4 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 2 км/ч.

Выберите и, если требуется, дополните правильное утверждение:

1. Петя придет в  $B$  раньше Коли на \_\_\_\_\_ минут.
2. Коля придет в  $B$  раньше Пети на \_\_\_\_\_ минут.
3. Петя и Коля придут в  $B$  одновременно.

**Ответ:** 2. Коля придет в  $B$  раньше Пети на 20 минут.

**Комментарий.** Петя на первую половину пути прошел за 1 ч, а вторую за 2 ч – всего 3 ч. Время Коли может быть найдено из уравнения  $4x + 2x = 8$ , где  $x$  – половина времени, затраченного Колей на весь путь.  $x = \frac{8}{6}$  ч = 80 мин. Время, затраченное Колей на весь путь, равно 160 мин. Заметим, что выбор второго ответа (без определения времени) может быть сделан из следующих рассуждений: Петя прошел с большей скоростью только половину пути (это дано непосредственно в условии), а Коля прошел с большей скоростью больше половины пути (это следует из того, что он шел с большей скоростью половину времени). Значит, Коля придет раньше.

В подавляющем большинстве работ выбран неверный ответ 3. В ряде работ одновременно выбраны взаимоисключающие ответы 1 и 2.

## Задача 12.

**12.1.** (Решаемость 29%). Новогодний подарок состоит из конфет «Мишка» и «Белочка», всего в нем 42 конфеты. Конфеты «Мишка» составляют  $\frac{3}{7}$  от общего числа конфет. Сколько конфет «Белочка» в подарке?

**Ответ:** 24.

**Комментарий.** Задание требует стандартного умения находить дробь от числа. Возможны два способа решения:

1) Конфет «Мишка» шт. Конфет «Белочка»  $42 - 18 = 24$  шт.

2) Конфеты «Белочка» составляют  $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$  от всех от всех конфет.  $42 \cdot \frac{4}{7} = 24$  шт.

Во многих работах приводится ответ  $\frac{4}{7}$ , т.е. решение не доведено до конца.

**12.2.** (Решаемость 9%). На листе бумаги нарисованы круги, квадраты и треугольники. Квадраты составляют половину всех фигур; треугольников – в два раза меньше, чем квадратов. Всего многоугольников 15. Сколько нарисовано кругов?

**Ответ:** 5.

**Комментарий.** Задача требует умения выполнять два взаимно обратных действия – находить число по его дроби и находить дробь от числа. Треугольников – половина от половины, т.е. четверть от всех фигур.

Многоугольники составляют  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  от всех фигур – это 15 фигур. Круги –  $\frac{1}{4}$  от всех фигур, т.е. 5 фигур.

Значительное число ответов не поддается интерпретации. Часто встречающийся ответ 15. Можно предположить, что учащиеся не владеют геометрической терминологией – не понимают, что в контексте данной задачи многоугольники - это квадраты и треугольники.

**12.3.** (Решаемость 3%). Гирлянда состоит из красных, желтых и зеленых лампочек, причем общее число лампочек больше 50 но меньше 100.

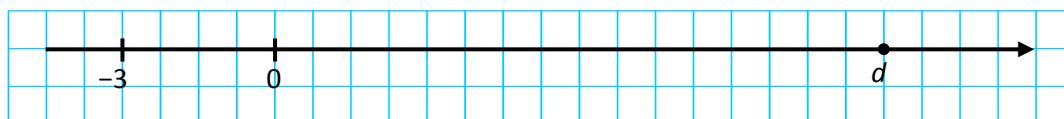
Сколько зеленых лампочек в гирлянде, если красные лампочки составляют  $\frac{2}{9}$ , а желтые  $\frac{1}{5}$  от общего числа лампочек?

**Ответ:** 52

**Комментарий.** Задание требует комплексирования способов действия. Наименее очевидно, как найти общее число лампочек, после чего решение становится тривиальным. Это число должно быть кратно 9 и 5, т.е. кратно 45. В заданном промежутке единственное такое число 90. Следовательно, красных лампочек 20, желтых 18, зеленых  $90 - 20 - 18 = 52$ .

**Задача 13.**

**13.1.** (Решаемость 26%). По координатной прямой определите, чему равно  $d$ .



**Ответ:**  $d = 12$ .

**Комментарий.** Стандартная задача на нахождение числа, соответствующего заданной точке координатной прямой. Удобнее вести счет тройками.

Типичная ошибка: измерение расстояния до точки  $d$  в сантиметрах.

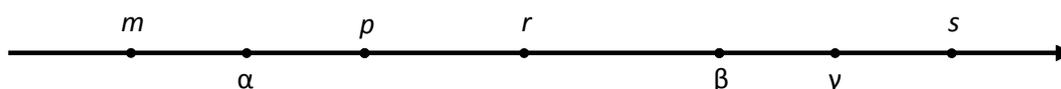
**13.2.** На координатной прямой показаны числа  $a$ ,  $-a$  и  $a + 7$ . Чему равно  $a$ ?



**Ответ:**  $a = -2$ .

**Комментарий.** Решение требует преодоления стереотипа, что  $a$  положительное число, а  $-a$  отрицательное. Точка  $0$  находится как середина промежутка  $(a; -a)$ , а шаг определяется делением промежутка  $(a; a + 7)$  на 7 равных частей, т.е. равен 3 клеточкам. Следовательно,  $a = -2$ .

**13.3.** (Решаемость 8%). На координатной прямой показано несколько чисел.



Какую из букв  $m$ ,  $p$ ,  $r$ ,  $s$  нужно записать вместо многоточия, чтобы получилось верное равенство:

$$\dots = \alpha + \beta - \gamma$$

**Ответ:**  $m$ .

**Комментарий.** Для решения следует преобразовать заданное выражение:

$$\alpha + \beta - \gamma = \alpha - (\gamma - \beta).$$

Тогда искомая точка может быть найдена откладыванием от точки  $\alpha$  отрезка длиной  $\gamma - \beta$  против направления координатной прямой. Такой точкой является точка  $m$ . Можно также увидеть, что  $m - \alpha = \beta - \gamma$ , откуда  $m = \alpha + \beta - \gamma$ .

**Задача 14.**

**14.1.** (Решаемость 25%). Даны числа  $0,52$  и  $0,097$ . Найдите разность между бóльшим и меньшим из этих чисел.

**Ответ:**  $0,423$ .

**Комментарий.** Стандартное задание, требующее умения сравнивать и вычитать десятичные дроби.

**14.2.** (Решаемость 6%). Найдите значение выражения  $0,04a^2 - a$  если  $0,2a = 5$ .

**Ответ:**  $0$ .

**Комментарий.** Задание на подстановку. Предварительно требуется вычислить  $a = 25$ .

**14.3.** (Решаемость 1%). В некоторой десятичной дроби запятую перенесли на 2 знака вправо, при этом число увеличилось на 423,225. Найдите эту дробь.

**Ответ:** 4,275.

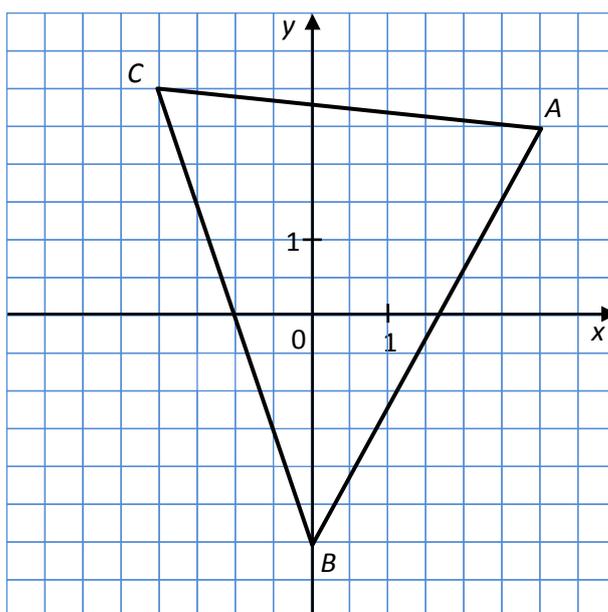
**Комментарий.** Поскольку перенос запятой на 2 знака вправо означает умножение на 100, получаем уравнение  $100x - x = 423,225$ , откуда  $x = 4,275$ .

Ответ: 4,275.

Типичная ошибка – переопределение задачи: число 423,225 трактуется как результат переноса запятой в исходном числе на 2 знака вправо, что приводит к неправильному ответу 4,23225.

### Задача 15.

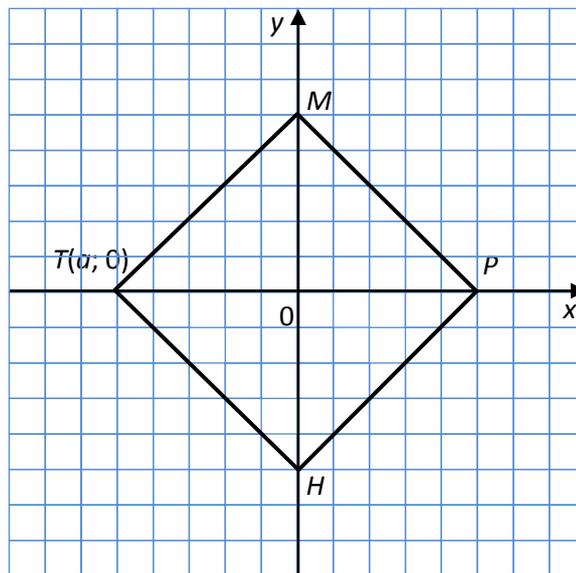
**15.1.** (Решаемость 14%). На координатной плоскости построен треугольник  $ABC$ . Найдите координаты его вершин.



**Ответ:**  $A(3; 2,5)$   $B(0; -3)$   $C(-2; 3)$ .

**Комментарий.** Стандартное задание на определение координат точек на координатной плоскости. Типичные ошибки: перепутывание абсциссы и ординаты; для точки  $B$ , лежащей на координатной оси, указывается только одна координата.

**15.2.** (Решаемость 4%). На координатной плоскости показан квадрат  $TMРН$ , вершина которого  $T$  имеет координаты  $(a; 0)$ . Запишите координаты остальных вершин квадрата.



**Ответ:**  $M(0; -a)$ ,  $P(-a; 0)$ ,  $H(0; a)$ .

**Комментарий.** В отличие от предыдущего задания единичный отрезок по осям координат не задан, требуется выразить координаты точек  $M$ ,  $P$  и  $H$  с известными координатами точки  $T$ . Типичные ошибки – те же, что и для задания 15.1. Кроме того, в значительной части работ произвольным образом вводится единичный отрезок (как правило, одна или две клеточки), а заданные координаты точки  $T$  игнорируются.

**15.3.** (Решаемость 5 %). На координатной плоскости отмечены точки  $A(m; n)$ ,  $B(s; n)$ ,  $C(r; p)$ ,  $D(r; t)$ . Определите координаты точки  $P$  пересечения прямых  $AB$  и  $CD$ .

**Ответ:**  $P(r; n)$ .

**Комментарий.** Задание, возможно, несколько опережает формальные средства решения, имеющиеся у семиклассников в начале учебного года. Для решения целесообразно использовать рисунок. Поскольку точки  $A$  и  $B$  имеют одинаковую ординату, прямая  $AB$  параллельна оси абсцисс, и все ее точки, включая точку пересечения с прямой  $CD$ , имеют ординату  $n$ . Аналогично, все точки прямой  $CD$ , включая точку пересечения с прямой  $AB$ , имеют абсциссу  $r$ .

## 5. Выводы и рекомендации

В ходе мониторинга математической грамотности семиклассников выявлены существенные различия в качестве выполнения заданий, базирующихся на материале начальной школы, и заданий, относящихся к предметному содержанию 5-6 классов.

Для первой группы заданий полученные показатели практически не отличаются от зафиксированных в мониторинге 2011 года, когда те же дети обучались в 5 классе, и в целом соответствуют прогнозируемым. Решаемость заданий первого уровня составляет ~76%, второго уровня ~50% и третьего уровня ~20%.

Показатели по второй группе заданий оказались существенно ниже. Решаемость заданий первого уровня в среднем около 30%, второго и третьего уровней – менее 10%. Такие результаты, по всей видимости, обусловлены двумя взаимосвязанными факторами:

1) недостаточным уровнем освоения собственно предметного содержания 5-6 классов. В первую очередь, это касается умений, связанных с новыми видами чисел, изучаемых в этих классах, решением более сложных по сравнению с начальной школой текстовых задач, координатным методом, имеющим принципиальное значение для курса алгебры, и др. Эти дефициты проявляются уже при решении стандартных задач первого – базового уровня;

2) недостаточной сформированностью метапредметных умений, таких как умение анализировать текст, выделяя в нем существенные для рассматриваемой задачи отношения, умение осуществлять целенаправленные пробы, умение моделировать рассматриваемую ситуацию на математическом языке, умение удерживать задачу в целом на всех этапах ее решения. Особо следует отметить несформированность функции контроля за ходом и результатом решения. При этом речь идет не только о формальных средствах контроля, но и о контроле на уровне «здорового смысла».

С целью устранения выявленных в ходе мониторинга дефицитов можно рекомендовать:

- в ходе изучения систематических курсов алгебры и геометрии проводить целенаправленную систематическую коррекционную работу на материале курса математики 5-6 классов, используя для этого задания разного уровня;

- включать в учебный процесс задачи, направленные на формирование метапредметных умений, стимулирующие такие действия как анализ текстов, моделирование, работу с данными, представленными в различных формах и т.д.

- уделять особое внимание формированию функции контроля при решении задач.

### **2.3. Анализ результатов по естествознанию и истории**

#### **1. Структура теста**

Комплексный тест по естествознанию и истории состоит из 15 трехуровневых задач (всего 45 заданий), который рассчитан на 90 минут работы с ним

**Задания первого уровня** предполагают освоение способа действия на формальном (репродуктивном) уровне, умение действовать по заданному или хорошо известному образцу.

**Задания второго уровня** предполагают опору на содержательное основание способа действия, требуют рефлексивного отношения к рассматриваемой ситуации.

**Задания третьего уровня** предполагают свободное (функциональное) владение способом действия, ориентацию на его границы и возможность преобразования и взаимосогласования всех элементов задачной ситуации.

Из 15 семь задач (№№ 1,7,10, 11, 12,13,14 ) базируются на предметном материале начальной школы и практически идентичны заданиям из теста, который выполняли учащиеся в 5 классе (2011 г.) Эти задания могут быть отнесены к следующим содержательным областям:

- эксперимент (№№1,7,10);

- способы извлечения и интерпретации информации (№11)
- пространственные отношения (№12,13)
- процессы и их условия (№14)

8 задач (№№ 2,3,4,5,6,8,9,15) построены на содержании 5-6 классов и относятся как к перечисленным областям (в первую очередь, средства анализа и интерпретации данных, пространственные отношения, процессы и их условия протекания), так и к двум новым областям: «исторический анализ» и «причинно-следственные связи».

## 2. Оцениваемые характеристики

Исходной информацией для анализа являются бинарные оценки выполнения заданий учащимися (1 – задание выполнено правильно; 0 – задание не выполнено или выполнено неправильно).

В качестве основной статистической характеристики выполнения теста использовалась его *решаемость* – процентное отношение правильных решений  $n_{пр}$  к общему количеству предъявленных решений  $n$  (включая случаи, когда учащийся не приступал к выполнению задания):

$$p = \frac{n_{пр}}{n} \cdot 100\% .$$

Иными словами, это доля оценок «1» в соответствующей выборке. В зависимости от того, что представляет собой такая выборка, могут быть получены различные показатели – по всей совокупности участников тестирования, отдельно по классам, по различным заданиям. В частности, оценивание может проводиться в однопараметрическом режиме (без учета уровней заданий), что дает интегральную характеристику соответствующей выборки (региона, класса и т.п.), и в трехпараметрическом режиме (отдельно по заданиям первого, второго и третьего уровней), что дает более детализированную оценку – так называемый *профиль успешности*.

Еще одна характеристика, ориентированная на индивидуальную оценку учащегося, – это *степень успешности*, которая определяется следующим образом.

Пусть  $a(\%)$  - процент выполненных учащимся заданий 1 уровня,  $b(\%)$  - процент выполненных заданий 2 уровня,  $c(\%)$  - процент выполненных заданий 3 уровня. Тогда:

- **3 ступень**, если  $c \geq 50$ ;
- **2 ступень**, если  $c < 50$ , но  $b + c \geq 50$ ;
- **1 ступень**, если  $b + c < 50$ , но  $a + b + c \geq 50$ ;
- **0 ступень**, если  $a + b + c < 50$ .

### 3. Основные результаты по региону

На рис. 1 приведены профили успешности по региону для учащихся 7 класса (2013 г.) и тех же учащихся в 5 классе (2011 г.).

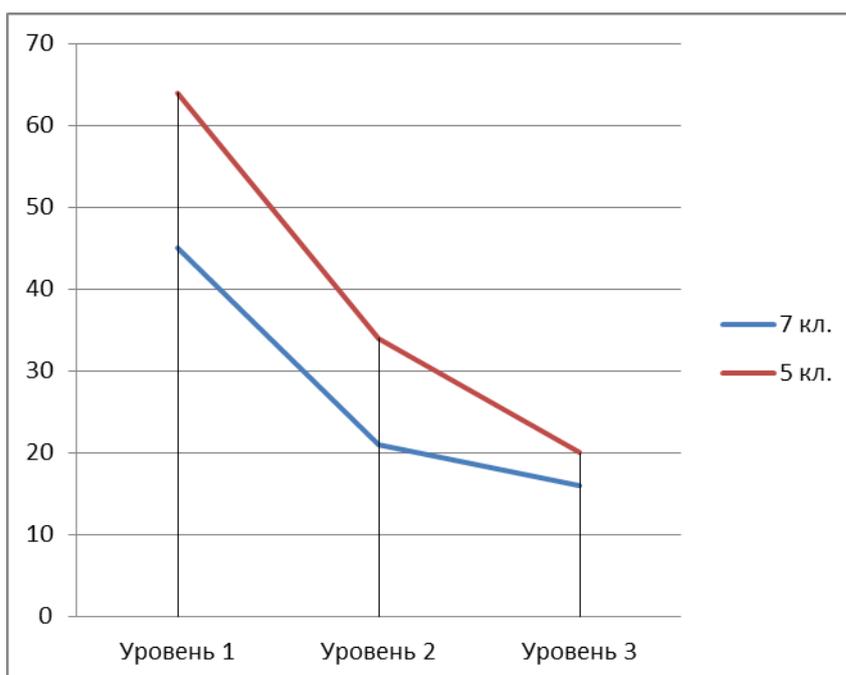


Рис. 1

На рис. 2 приведено распределение учащихся региона по ступеням успешности по данным мониторингов 2013 г. (7 классы) и 2011 г. (5 классы). Для каждой ступени определен процент учащихся, находящихся на ней.

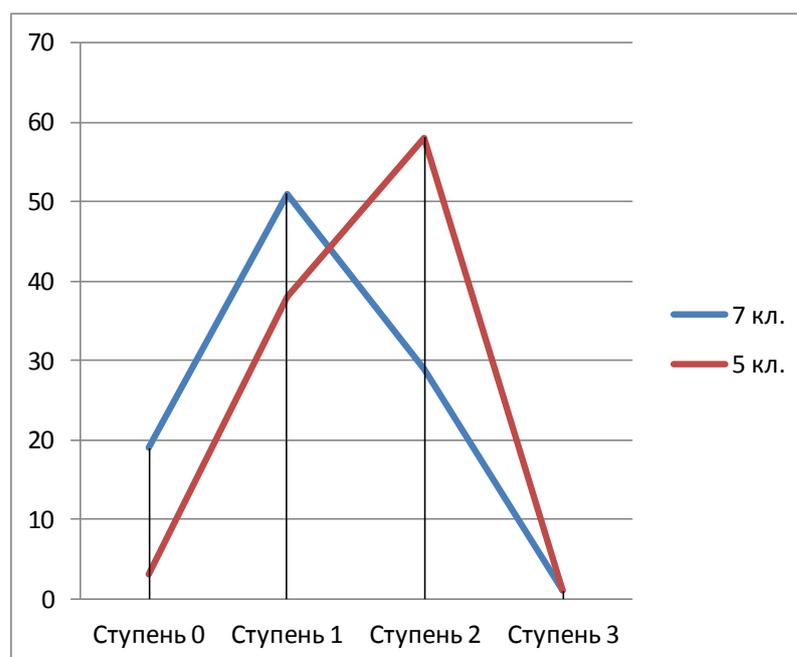


Рис. 2

На рис. 3 приведена диаграмма, показывающая процент учащихся, у которых ступень успешности от 5 к 7 классу повысилась (первый столбец), осталась прежней (второй столбец), снизилась (третий столбец).

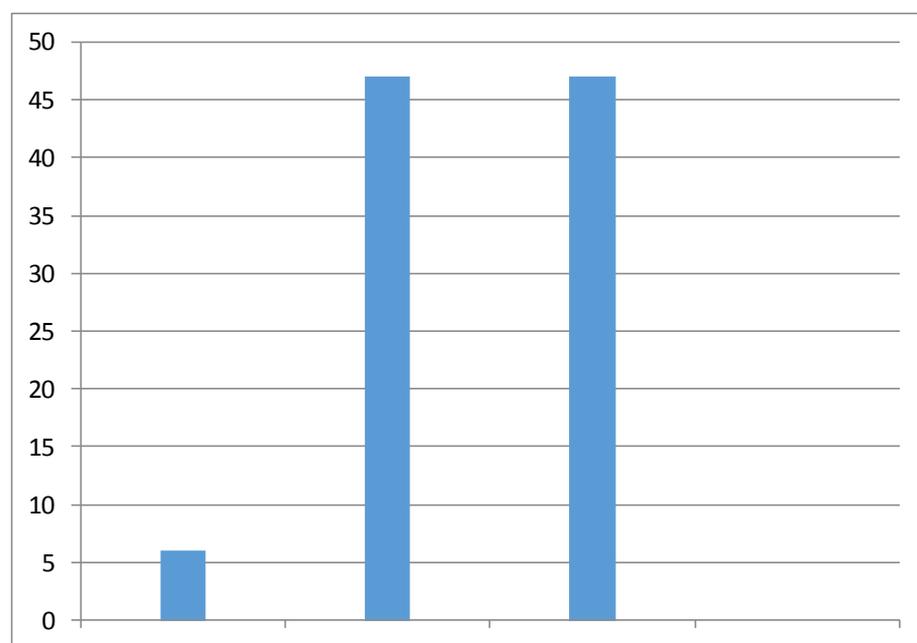


Рис. 3

Все приведенные выше данные (рис. 1-3) говорят о том, что результаты в 7 классе оказались существенно ниже, чем в 5 классе у тех же учащихся. Одна из гипотез о возможных причинах этого состоит в том, что на результат повлияли новые задания, базирующиеся на содержании курса математики 5-6 классов. Для проверки этого предположения были построены отдельные профили по «старым» (задачи №№ 1-5) и «новым» (задачи №№ 6-15) заданиям (рис. 4).

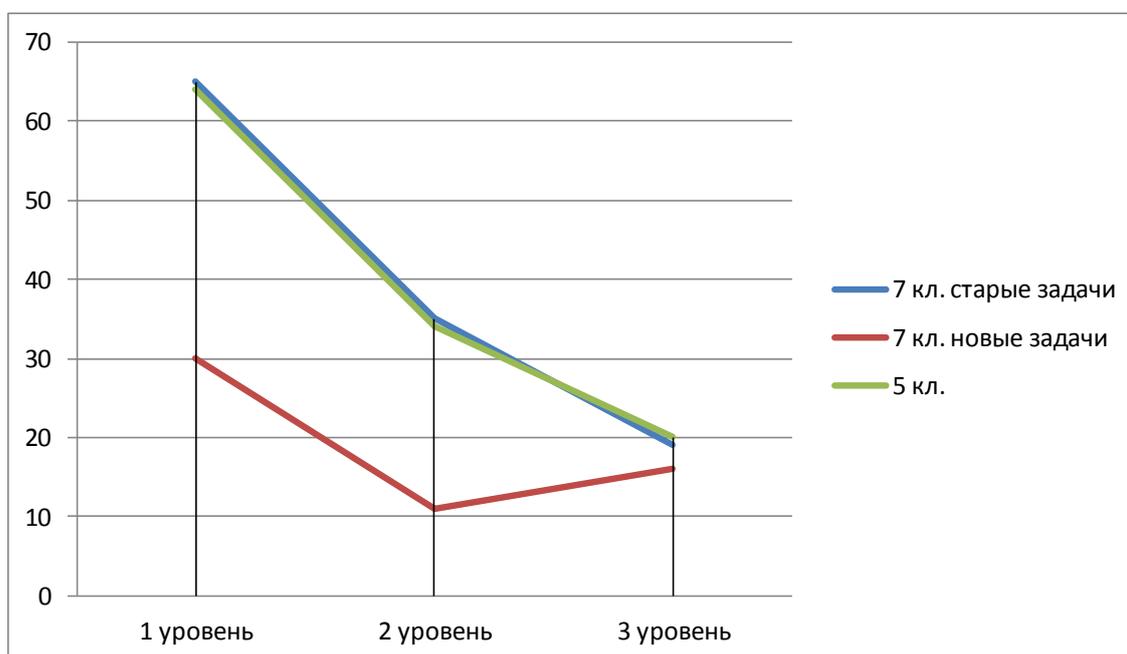


Рис.4

Данные рис. 4 подтверждают предположение о том, что снижение профиля успешности и ступеней успешности у семиклассников обусловлено именно «новыми» заданиями.

#### 4. Анализ основных затруднений у учащихся

Для конкретизации проблемных ситуаций используются: а) спецификация умений по математике (Таблица 1); б) таблица решаемости тестовых заданий (Таблица 2).

Таблица 1

**Содержательные итоги и результаты тестирования по естествознанию,  
7 класс, октябрь 2013**

Предметно-содержательная линия	Действия учащихся известными культурными предметными способами и средствами	Номера заданий
<b>1.Эксперимент</b>	1.1. Устанавливает зависимость между температурой и испарением на основе рисунка	1.1.
	1.2. Правильно ставит опыт в рамках эксперимента (удержание для проверки одного параметра)	1.2. 10.1.
	1.3. Удерживает несколько условий при проведении эксперимента и находит ошибки в соблюдении условий эксперимента	10.2 10.3.
	1.4. Делает выводы на основе проведенного исследования, определяет границы применимости выделенного способа	1.3. 4.3.
	1.5. Соотносит текст задачи с рисунком при решении задачи (качественное схватывание закономерности)	4.1.
	1.6. Выделяет (по рисунку) способ – закономерности связи подвешенной массы и удлинения пружины	4.2.
	1.7. На основе проведенного (описанного с помощью текста, рисунка и схемы) опыта устанавливает зависимости между объектами	7.1. 7.2.
	1.8. Прогнозирует последствия при изменении условий в эксперименте	7.3.
<b>2.Средства анализа и репрезентации природных объектов и процессов</b>	2.1. Читает простой график, делает выводы по нему	2.1 2.2.
	2.2. Использует графики для фиксации или описания природных процессов	2.3
	2.3. Читает круговую диаграмму и на основе полученных данных делает простой вывод	11.1
	2.4. Решает задачу с использованием круговой диаграммы	11.2

	2.5. Решает задачу при сопоставлении данных из нескольких круговых диаграмм	11.3
<b>3.Исторический анализ</b>	3.1.Различает типы и виды исторических источников	5.1.
	3.2. Соотносит реальные исторические тексты с видами исторических источников	5.2.
	3.3. Составляет исторический текст на основе видов исторических источников	5.3.
	3.4. Читает ленту (шкалу) времени	6.1
	3.5. Решает задачи с помощью ленты (шкалы) времени	6.2
	3.6. Составляет задачу с использованием ленты (шкалы) времени	6.3
<b>4. Пространственные отношения между объектами и из связи, зависимости</b>	4.1.Оперировать масштабом, определяет расстояния по карте	8.1
	4.2. Восстанавливает масштаб на основании данных, предъявленных в карте не напрямую	8.2
	4.3. Определяет расстояние по карте с помощью градусной сетки	8.3
	4.4. Устанавливает связи развития растений от условий среды в зависимости от сторон горизонта	9.1
	4.5. Устанавливает зависимость развития растений от условий среды по схеме (рельеф и стороны горизонта)	9.2
	4.6. Устанавливает на основе профиля местности две одновременно зависимости для развития растений: недостаток тепла и света и жаркая погода (много тепла и мало влаги)	9.3
	4.7. Определяет местоположение точки в пространстве с помощью изолиний на карте, ориентируясь на профиль местности	12.1
	4.8. Читает рельеф местности с помощью изолиний при решении практических задач	12.2.

		12.3
	4.9. Определяет направления по карте (схеме) относительно сторон света, заданных на карте впрямую	13.1.
	4.10 Определяет местоположение и движение объекта в пространстве на местности с помощью природных объектов	13.2.
	4.11. Решает практические задачи на движение в пространстве при удержании двух условий: направления и положения в пространстве Солнца и Земли	13.3.
<b>5. Процессы. Установление причинно-следственных связей и отношений между природными объектами и процессами</b>	5.1. Сопоставляет описание процесса в тексте, рисунка с названием процесса	3.1
	5.2. Сопоставляет процесс в тексте со схематическим рисунком этого процесса	3.2
	5.3. Устанавливает прогноз развития процесса на основе исходных данных, изменения условий	3.3
	5.4. Знает причину смены дня и ночи	14.1.
	5.5. Читает схему, ориентируясь на взаимное положение в пространстве Земли и Солнца и решает на этой основе практическую задачу	14.2
	5.6. Устанавливает связь природного явления (процесса) с взаимным расположением Земли и Солнца в пространстве	14.3
	5.7. Устанавливает причины и следствия между природными процессами Земли заданные в явном виде	15.1.
	5.8. Устанавливает причинно-следственные связи с помощью двух тематических карт (климатической и физической, карты кол-ва осадков и климатических поясов).	15.2
	5.9. Использует знание зависимости температуры воздуха от высоты места при решении практических задач с жестко заданными ограниченными условиями	15.3.

## Решаемость заданий по естествознанию

Таблица 2

№ заданий	<b>1.1</b>	1.2	1.3	<b>2.1</b>	<b>2.2</b>	2.3	3.1	3.2	3.3	<b>4.1</b>	<b>4.2</b>	<b>4.3</b>	<b>5.1</b>	<b>5.2</b>	<b>5.3</b>
Решаемость (%)	44	48	33	31	19	24	48	31	25	16	1	9	13	12	10

№ заданий	<b>6.1</b>	<b>6.2</b>	<b>6.3</b>	7.1	7.2	<b>7.3</b>	<b>8.1</b>	<b>8.2</b>	<b>8.3</b>	9.1	<b>9.2</b>	9.3	10.1	10.2	10.3
Решаемость (%)	44	18	6	74	27	6	41	0	0	50	7	24	68	50	30

№ заданий	11.1	11.2	11.3	12.1	12.2	<b>12.3</b>	13.1	<b>13.2</b>	<b>13.3</b>	14.1	14.2	<b>14.3</b>	<b>15.1</b>	<b>15.2</b>	15.3
Решаемость (%)	82	42	32	60	32	6	57	10	12	60	29	12	1	2	32

Больше всего затруднений у учащихся возникли в предметно-содержательной линии **«Исторический анализ»**. Низкие результаты отмечены по всем критериям (см. п. 3.1.-3.6. в таблице содержательных итогов).

Выделим эти задачи:

Задача 5.1. Распределение исторических источников в соответствии с типами (письменные / вещественные). *Решаемость данного задания 13%*.

Задача 5.2. Определение типа исторического источника (летопись, бытие, хождение/ хождение), указание главного признака, по которому сделан выбор. *Решаемость данного задания 12%*.

Задача 5.3. Определение типа письменного исторического источника (житие, летопись, хождение) для описания посещения паломниками тех или иных святых мест с обоснованием своей позиции и составлением краткого фрагмента своего описания. *Решаемость данного задания 10%*.

Задача 6.1. Обозначение на ленте времени в правильной последовательности определенных дат. *Решаемость данного задания 44%*.

Задача 6.2. Определение правильной даты по ленте времени. *Решаемость данного задания 12%*.

Задача 6.3. Составление задачи по ленте времени и представление ее решения. *Решаемость данного задания 6%.*

По все задачам необходимо отметить, что учащиеся не удерживали выполнение задачи в целом. Так, в задании 5.2. ученики правильно определяли тип источника, но не выделяли признак, по которому его определили. В задании 5.3. ученики верно определяли тип исторического источника, но не составляли краткий фрагмент своего описания.

Затруднения возникли при решении заданий предметно-содержательной линии **«Пространственные отношения между объектами и их связи, зависимости»**, по критериям оценивания п. 4.1.-4.3., 4.5, 4.8, 4.9, 4.10 в таблице содержательных итогов.

Задачи данной предметно-содержательной линии:

Задача 8.1. Определение расстояний между объектами на плане местности. *Решаемость данного задания 41%.*

Задача 8.2. Определение расстояния между объектами на картосхеме, не имеющей масштаба (не предъявленной напрямую). *Решаемость данного задания 0 %.*

Задача 8.3. Вычисление расстояний на картосхеме в километрах с опорой на градусную сеть. *Решаемость данного задания 0%.*

Низкий показатель решаемости задачи 8.1. предположительно связан с изменением масштаба на экране ПК, отсутствием линейного масштаба (в 1 см. могло быть не 50 м., а больше или меньше). К сожалению, ученики не написали комментарии к этому заданию, не усомнившись в разумности применения именованного масштаба в данной ситуации.

В задании 8.2. для решения задачи необходимо восстановить масштаб карты. Ребята не справились с этой задачей, так как продолжали ориентироваться на масштаб первой карты или указывали, что масштаб не задан.

В задании 8.3. учащиеся не применили сведение, «вытекающее» из самой градусной сети – 1 градус по меридиану и экватору равен 111 км.

Увеличив данное расстояние в 3 раза и умножив на необходимое расстояние можно было решить задачу.

Задача 9.2. Установление зависимости развития растений от условий среды по схеме (рельеф и стороны горизонта). *Решаемость данного задания 7%.*

При решении данной задачи учащиеся не учитывали направление сторон горизонта, но забывали учесть условия рельефа (экспозицию склона).

Задача 12.3. Выбор крутого склона по картосхеме («чтение» карты). В ответах была излишняя информация, т.е. назывались практически все склоны, а не только крутые. *Решаемость данного задания 6%.*

Задача 13.2. Определение местоположение объекта в пространстве на местности с помощью природных объектов (ориентир – Солнце). *Решаемость данного задания 10%.*

При решении данной задачи учащиеся не учитывали изменившееся условие – север был показан на схеме стрелочкой вниз.

Задача 13.3. Определение местоположения и движения объекта в пространстве на местности с помощью природных объектов (ориентир – Солнце). *Решаемость данного задания 12%.*

При решении данной задачи учащиеся не удерживают условие задачи (измененное направление на схеме и информация о движении Солнца в течение суток).

Решаемость заданий в предметно-содержательной линии «Эксперимент» была низкой в отношении критериев 1.1, 1.4, 1.5, 1.6. в таблице содержательных итогов.

В основном задания связаны с анализом рисунков.

Выделим эти задачи:

Задание 1.1. Определение зависимости между температурой и испарением на основании рисунка. *Решаемость данного задания 44%.*

Задание 4.1. Решение задачи на основании анализа рисунка (растяжение пружинки при подвешивании грузов). *Решаемость данного задания 16%.*

Задание 4.2. Определение массы тела на основании анализа рисунка.

Задание 4.3. Решение задачи на основании анализа рисунка (растяжение пружинки при подвешивании грузов). *Решаемость данного задания 9%.*

Задание 7.3. Прогнозирование последствия при изменении условий в эксперименте («тонет», «всплывает», «невозможно предсказать» «поведение» картофеля в воде разной солености.). *Решаемость данного задания 6%.*

**Задача 4.** Задача по физике. Говорить о предметных умениях по физике до ее изучения не представляется возможным. Поэтому с помощью этой задачи проверялись прежде всего метапредметные умения:

- понимание границы своих знаний и необходимости их пополнения, поиск способа действия для решения новой задачи;
- использование измерительных приборов и процедур в условиях допустимой точности, оценка погрешности измерений
- выделение зависимости на основании представленных данных в табличной и графической форме
- видение границ способа действия.

Уровни:

1. Первый уровень требует непосредственного прочтения рисунка, качественного схватывания закономерности
2. Второй уровень требует выделения способа – закономерности связи подвешенной массы и удлинения пружины.
3. Третий уровень требует понимания границы способа, который связан: а) с точностью измерений – прибор не чувствителен к малым массам (резко падает точность измерения), б) с нарушением закономерности при подвешивании больших масс.

Решаемость заданий в предметно-содержательной линии «**Средства анализа и репрезентации природных объектов и процессов**» оказалось низкой в части считывания информации, содержащейся в графике.

Низкий % правильных ответов, низкая решаемость была отмечена в заданиях 15.1 и 15.2, относящихся к предметно-содержательной линии **«Процессы. Установление причинно-следственных связей и отношений между природными объектами и процессами»**, см. критерии 5.6-5.8 в таблице содержательных итогов.

Задачи по этим критериям:

Задача 14.3. Выбор природного явления на основании рисунка «Движение Земли по орбите». *Решаемость данного задания 12%*.

Задача 15.1. Установление соответствий между причинами явлений и их следствиями. *Решаемость данного задания 3%*.

Задача 15.2. Установление причинно-следственных связей на основании двух тематических карт. *Решаемость данного задания 2%*

Установление связи природных явлений (процессов) с взаимным расположением Земли и Солнца в пространстве достаточно сложное задание для тех учащихся, которые не «читают» рисунок, не могут определить время года для того или иного полушария. Тогда это проблема не в непонимании причин-следствий, а в непонимании рисунка.

Достаточно большой перечень причин и следствий явлений (магматические породы – рудные полезные ископаемые; Гольфстрим – теплая зима; равнина – широкие реки с медленным течением; перепад атмосферного давления – ветер; движение земной коры – вулканы; небольшое кол-во осадков – пустыня) мог «отпугнуть» от решения задания 15.1. при ознакомлении с ним. Возможно, что в школах РО, где в 6 классе весь год идет работа по направлению конструирования карты тема «причинно-следственные связи» еще не была рассмотрена в необходимом объеме, т.к. это задача 7 класса.

В начале 7 класса учащиеся еще не знакомы с понятием «климатический пояс», поэтому определение причинно-следственной связи на основании анализа двух карт вызывает вполне понятное затруднение. Либо причиной является слабый акцент при работе с картографическими способами

изображения (ученики не видят очевидного «совпадения» областей качественного фона).

Важным для данного теста были задания, которые были связаны с новыми научными понятиями, в частности, «дыхание» и «минеральное питание» предмета биологии.

**Задача 2 (задания 2.1-2.3)** диагностирует овладение одним из ключевых понятий биологии. Это понятие дыхания как способа получения энергии посредством окисления органических веществ, присущего подавляющему большинству организмов. Понятие дыхания является одним из ведущих при любом построении курса биологии.

Задача также проверяет умение пользоваться графиком как знаковой формой, которая отображает данные наблюдения или эксперимента.

Именно это умение проверяет **задание первого уровня** на материале конкретного биологического эксперимента. Для его правильного выполнения не требуется владения понятием дыхания, однако необходимы простейшие умения чтения графика (нахождение ординаты точки по абсциссе). Если ученик решает задание 1, это означает наличие базового умения чтения графика. Понятие дыхания при этом может отсутствовать, быть освоенным на формальном уровне, уровне понимания или функциональном уровне. Только удостоверившись в том, что ученик решает задание первого уровня, можно интерпретировать отсутствие решения задания второго уровня как отсутствие достижения уровня понимания (т.е. отсутствие у ученика понятия дыхания/освоение его на формальном уровне).

**Задание второго уровня может** быть решено, если ученик прочитывает график, соотнося тенденцию его изменения с биологической интерпретацией процесса, описываемого графиком. Собственно говоря, умение прочесть график таким образом и означает понимать, что такое дыхание. Отсутствие решения этого задания означает отсутствие у ученика понятия дыхания либо освоение его на формальном уровне.

Вместе с тем решение этого задания свидетельствует об освоении умения читать график, определяя тенденцию процесса, отображенного на графике.

**Задание третьего уровня** требует применения понятия дыхания для анализа жизненной ситуации и четкого различения понятий дыхания и фотосинтеза. Таким образом, ее решение может свидетельствовать о том, что понятие дыхания освоено на функциональном уровне - уровне свободного владения понятием.

**Задача 3 (задания 3.1-3.3)** диагностирует уровень владения понятием минерального питания растений.

Решение **задания первого уровня** свидетельствует о формальном усвоении этого понятия (умении связать словесное описание процесса минерального питания и его названия) и наличии базового уровня вычитывания информации из информационного текста.

**Задание второго уровня**<sup>1</sup> требует понимания сущности процесса минерального питания как активного транспорта веществ в живые клетки корня, то есть анализа направлений передвижения веществ из клеток/клетки в связи с относительными количествами этих веществ во внутренней и внешней среде, а также наличием/отсутствием затрат энергии на эти процессы.

Кроме того, решение этого задания свидетельствует об умении читать схематические рисунки.

В **задании третьего уровня** проверяется достижение функционального уровня владения понятием минерального питания, позволяющего ученику рассмотреть практическую ситуацию и предсказать ее последствия, дав обоснование происходящему.

---

<sup>1</sup> Если ученик решает задания второго и третьего уровня, не решив задание уровня 1, это означает понимание им жизненных процессов, не конкретизированное для растений. Это возможно, например, при качественном освоении программы "Новая биология" для 6 классов (авт. В.Е.Зайцева, Е.В.Чудинова и др.)